

Nauczanie przez internet – Matematyka klasa VIII

Lekcja 28-29. Zdarzenia losowe

14-15.05.2020

W rzucie zwykłą sześcienną kostką do gry możemy otrzymać jeden z wyników: 1, 2, 3, 4, 5, 6. Każdy możliwy **wynik** takiego doświadczenia losowego nazywa się **zdarzeniem elementarnym**, a każdy **zbiór zdarzeń** elementarnych nazywamy **zdarzeniem losowym** lub krótko zdarzeniem. W przypadku jednokrotnego rzutu kostką zbiór wszystkich zdarzeń elementarnych to $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

Przykład 1.

Rzucamy raz zwykłą sześcienną kostką do gry. Interesuje nas zdarzenie, w którym wypadnie parzysta liczba oczek. Ile wyników odpowiada temu zdarzeniu?

Rozwiązanie:

Spośród wszystkich możliwych wyników tylko trzy: 2, 4, 6 są liczbami parzystymi. Oznaczmy literą A zdarzenie „wypadła parzysta liczba oczek”. Mówimy, że zdarzeniu A sprzyjają zdarzenia elementarne: 2, 4, 6, co można również zapisać: $A = \{2, 4, 6\}$.

Odpowiedź: Zdarzeniu A „wypadła parzysta liczba oczek” sprzyjają trzy wyniki.

Przykład 2.

Doświadczenie losowe polega na jednokrotnym rzucie dwunastościenną kostką takich jak na rysunku.



Ustalmy, z ilu elementów jest złożony zbiór wszystkich zdarzeń elementarnych. Zapiszmy, jakie zdarzenia elementarne sprzyjają zdarzeniu:

- wypadła liczba pierwsza,
- wypadła liczba złożona,
- wypadła liczba nie mniejsza niż 1 i nie większa niż 12,
- wypadła wspólna wielokrotność liczb 4 i 5.

Rozwiązanie:

Zbiór wszystkich zdarzeń elementarnych składa się z dwunastu elementów: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12.

- Zdarzeniu „wypadła liczba pierwsza” sprzyja pięć zdarzeń elementarnych: 2, 3, 5, 7, 11.
- Zdarzeniu „wypadła liczba złożona” sprzyja sześć zdarzeń elementarnych: 4, 6, 8, 9, 10, 12.
- Zdarzeniu „wypadła liczba nie mniejsza niż 1 i nie większa niż 12” sprzyja dwanaście zdarzeń elementarnych: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12.

O takim zdarzeniu, któremu **sprzyjają wszystkie możliwe zdarzenia elementarne**, mówimy, że jest **zdarzeniem pewnym**.

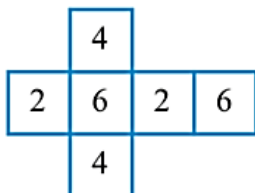
d) Ponieważ $NWW(4,5)=20$, zdarzeniu „wypadła wspólna wielokrotność liczb 4 i 5” nie sprzyja żadne zdarzenie elementarne. O takim zdarzeniu mówimy, że jest **zdarzeniem niemożliwym**.
 NWW -najmniejsza wspólna wielokrotność.

Teraz wykonamy wspólnie dwa zadania ze strony 137:

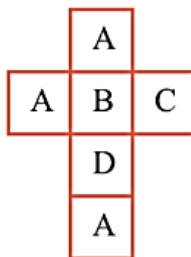
Zad. 1.

Doświadczenie losowe polega na jednokrotnym rzucie sześcienną kostką, której siatkę przedstawiono na rysunku.

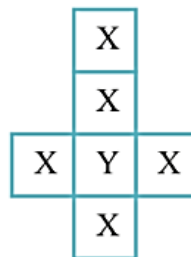
a)



b)



c)



Zapisz zbiór wszystkich zdarzeń elementarnych tego doświadczenia losowego.

- a) $\{2, 4, 6\}$ pomimo, że poszczególne liczby powtarzają się na dwóch ścianach, to w zbiorze zdarzeń elementarnych zapisujemy je tylko raz.
- b) $\{\dots, \dots, \dots, \dots\}$
- c) $\{\dots, \dots\}$

Zad. 2.

Doświadczenie losowe polega na jednokrotnym rzucie zwykłą sześcienną kostką. Zapisz, jakie zdarzenia elementarne sprzyjają zdarzeniu:

- a) wypadnie nieparzysta liczba oczek,
- b) wypadną nie więcej niż 4 oczka,
- c) wypadną nie mniej niż 3 oczka,
- d) nie wypadną ani 3 oczka, ani nie wypadnie 5 oczek,
- e) wypadnie reszta z dzielenia przez 7,
- f) wypadnie wielokrotność liczby 10.

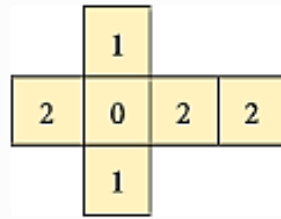
Wskazówki:

- a) $\{1, 3, 5\}$
- b) $\{1, \dots, \dots, 4\}$
- c) $\{3, 4, \dots, \dots\}$
- d) $\{\dots, \dots, \dots, \dots\}$
- e) $\{1, \dots\}$ reszta z dzielenia przez 7 jest mniejsza od 7
- f) zdarzenie niemożliwe

Zadania do wykonania samodzielnego:

Zad.1.

Doświadczenie losowe polega na trzykrotnym rzucie kostką, której siatkę przedstawiono na rysunku obok. Wynikiem doświadczenia jest iloczyn wyrzuconej liczby oczek.



Wskaż poprawne dokończenie zdania.

Możliwe wyniki tego doświadczenia to:

- A. 0, 1, 2, 3, 4.
- B. 0, 2, 4, 6, 8.
- C. 0, 1, 2, 4, 8.
- D. 0, 2, 4, 8, 16.

Zad.2.

Wskaż poprawne odpowiedzi na każde z pytań.

I. W urnie znajdują się kule: biała, czarna, niebieska, zielona. Jakie są możliwe wyniki dwukrotnego losowania kuli z tej urny bez zwracania?

(b – wylosowano kulę białą, cz – wylosowano kulę czarną, n – wylosowano kulę niebieską, z – wylosowano kulę zieloną)

- A. $\{(b, b), (b, cz), (b, n), (b, z), (cz, cz), (cz, n), (cz, z), (n, n), (n, z), (z, z), (cz, b), (n, b), (z, b), (n, cz), (z, cz), (z, n)\}$
- B. $\{(b, cz), (b, n), (b, z), (cz, n), (cz, z), (n, z)\}$
- C. $\{(b, b), (b, cz), (b, n), (b, z), (cz, cz), (cz, n), (cz, z), (n, n), (n, z), (z, z)\}$
- D. $\{(b, cz), (b, n), (b, z), (cz, b), (cz, n), (cz, z), (n, b), (n, cz), (n, z), (z, b), (z, cz), (z, n)\}$

II. Doświadczenie polega na rzucie monetą, a następnie rzucie kostką sześcienną. Jakie są możliwe wyniki tego doświadczenia? (o – wyrzucono orła, r – wyrzucono reszkę)

- A. $\{(o, 1), (o, 2), (o, 3), (o, 4), (o, 5), (o, 6), (r, 1), (r, 2), (r, 3), (r, 4), (r, 5), (r, 6)\}$
- B. $\{(o, o), (o, r), (o, 1), (o, 2), (o, 3), (o, 4), (o, 5), (o, 6), (r, r), (r, o), (r, 1), (r, 2), (r, 3), (r, 4), (r, 5), (r, 6)\}$
- C. $\{(o, 1), (o, 2), (o, 3), (r, 4), (r, 5), (r, 6)\}$

Zad.3.

Doświadczenie polega na jednokrotnym rzucie kostką.

Wpisz w kolejności rosnącej wszystkie wyniki sprzyjające zdarzeniu opisanemu w tabeli.

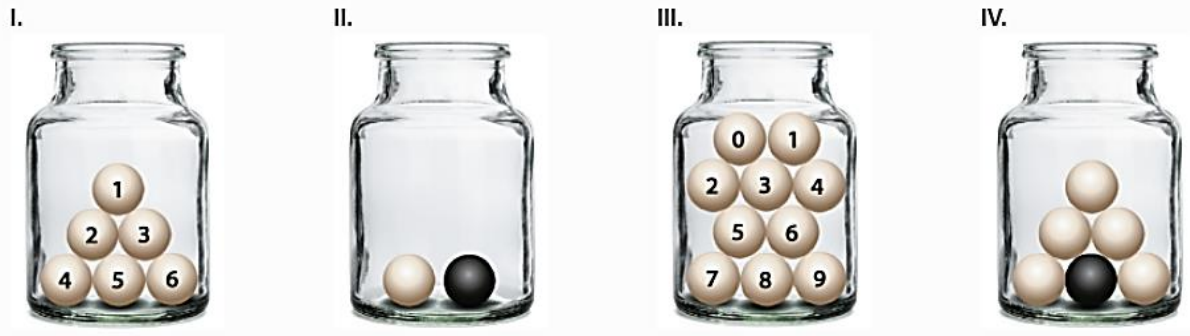
Zdarzenie		Wyniki sprzyjające zdarzeniu
I	Wypadło co najmniej 5 oczek.	{ <input type="text"/> , <input type="text"/> }
II	Wypadły co najwyżej 3 oczka.	{ <input type="text"/> , <input type="text"/> , <input type="text"/> }
III	Wypadła liczba mniejsza od 4.	{ <input type="text"/> , <input type="text"/> , <input type="text"/> }
IV	Wypadła liczba nie większa niż 2.	{ <input type="text"/> , <input type="text"/> }

Przykład 3 z rozwiązaniem:

Przeprowadzono doświadczenie polegające na wylosowaniu jednej kulki z każdego pojemnika przedstawionego na rysunku.

Zapisz zbiór zdarzeń elementarnych każdego doświadczenia.

Przy każdym numerze pojemnika wybierz zdarzenia elementarne odpowiadające losowaniu z tego pojemnika.



I –	<input type="text"/>	1, 2, 3, 4, 5, 6	II –	<input type="text"/>	b, c
III –	<input type="text"/>	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9	IV –	<input type="text"/>	b, b, b, b, b, c

Do zeszytu przepisuj zadania 1 i 3.